

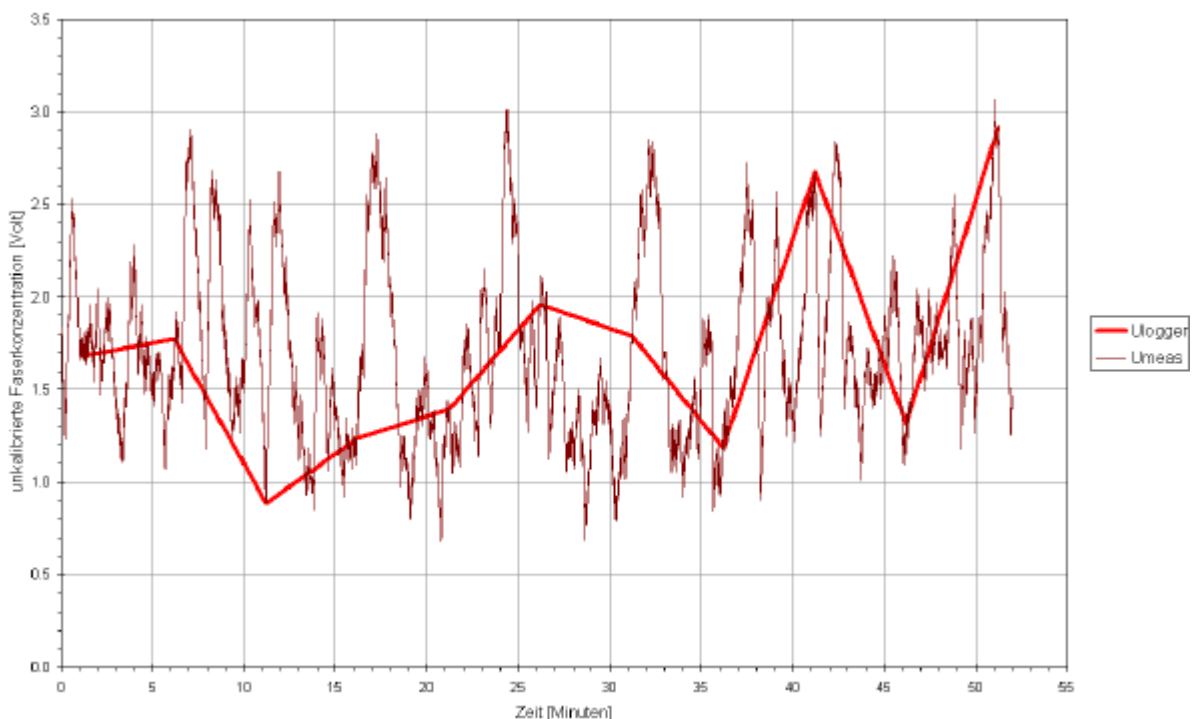


weitnauer MESSTECHNIK  
Eich 1 CH-8752 Näfels  
Tel. 055 612 51 31  
Fax 055 612 51 65

Adrian E. Weitnauer,  
dipl. El.-Ing. ETH/SIA

## Probleme bei der Abtastung und Nyquist-Theorem

Datenlogger messen üblicherweise mit recht geringer Abtastrate. Die erfassten Signale besitzen jedoch häufig Anteile höherer Frequenz, so dass es notwendig wird, mit höherer Abtastrate zu arbeiten. Zur Illustration dienen folgende Diagramme. Da wird ein tatsächliches Signal (Umeas) dem Loggersignal (Ulogger) gegenübergestellt; der Logger arbeitet mit einer Abtastrate von 5 Minuten.



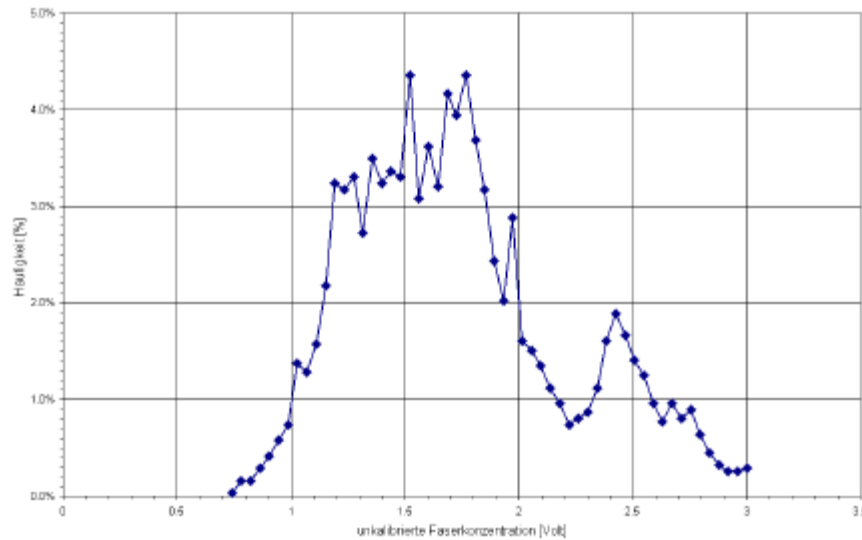
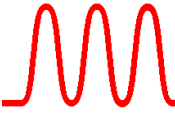
Wie man leicht sieht, entsteht ein gewaltiger Fehler. Der Fehler kommt dadurch zustande, dass der Logger nur mit 3.3 mHz (5 Minuten Abtastrate) abtastet; im Spektrum des Signals zeigen sich aber wesentliche Anteile oberhalb der Nyquist-Frequenz (ie. halbe Abtastfrequenz) von 1.6 mHz.

Der durch den Logger erfasste Wert hängt stark davon ab, wann die genauen Abtastzeitpunkte sind. Verschiebt man die Abtastzeitpunkte über die Beispieldaten im gezeigten Diagramm, zeigen sich Einzelwert-Unsicherheiten des abgetasteten gegenüber dem integrierten Signal von zwischen 14% bis 40%. Im Diagramm lässt sich der Effekt leicht erahnen.

Wie bei jedem realen Messsystem addieren sich Messfehler, Schwankungen im gesamten Prozess und Rauschen zu dem ermittelten Messwert. Nimmt man an, dass sich sämtliche Schwankungen um den tatsächlichen Mittelwert bewegen, kann durch Überabtastung das Rauschen wirksam vermindert werden.

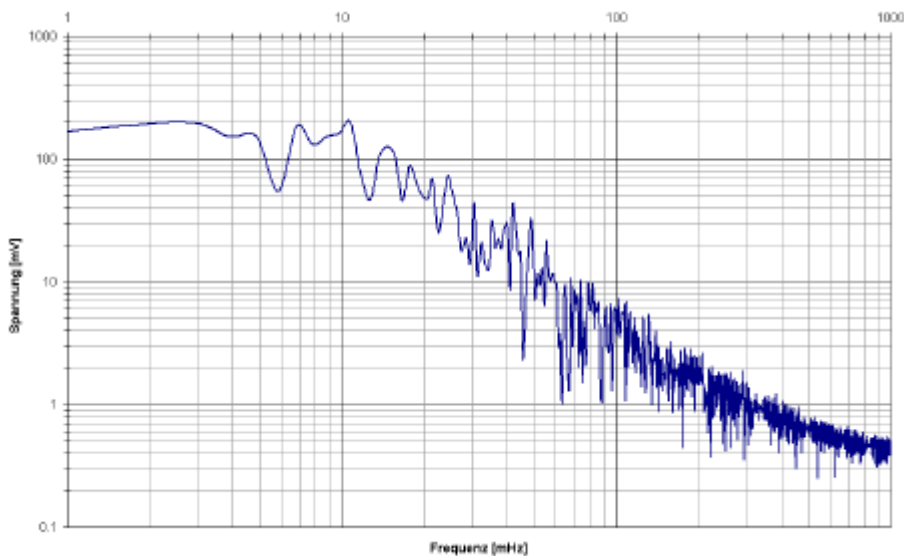
Die notwendigen Filter im Millihertz-Bereich lassen sich auch mit digitaler Technologie nicht mehr kostengünstig aufbauen.

Damit durch die höhere Abtastrate die Datenrate nicht ins Unermessliche ansteigt, muss ein Algorithmus eine Reduktion des Datenstroms vornehmen (Resampling, „Herunterrechnen“).



*Histogramm des Signals (Häufigkeiten der Werte)*

Die nächste Grafik zeigt das Frequenzspektrum unterhalb von einem Hertz. Die oberste Signalfrequenz, die gemäss dem Nyquist-Theorem abgetastet werden darf, ist nur gerade 1.6 mHz! Die anderen Signalanteile werden durch den Alias-Effekt in das Betrachtungsband hineingefaltet und bewirken dort durch Addition oder Subtraktion die genannten Fehler. Ein derart stark schwankendes Signal muss vor der Abtastung gefiltert werden: die höheren Signalanteile werden weggefiltert, so dass die später hineingefalteten Spektralanteile nicht mehr ins Gewicht fallen.



*Spektrum des Signals (Spannung vs. Frequenz)*

Das „Herunterrechnen“, also das Resampling, erfolgt jeweils durch diskrete Integration der Signalspannung  $u(t)$  mit Gewichtung einer geeigneten Fensterfunktion  $w(t)$ :

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \int_T u(t) \cdot w(t) \cdot dt = \frac{1}{n} \sum_n u_n \cdot w_n$$

Unser Ansatz nutzt die Rechenleistung der Erfassungsrechner, welche das Resampling übernehmen.